

3.1. Caracterització de la deformació plàstica.

Assajos uniaxials

3.1.1. Assaig de tracció: deformació real i esforç real

En els cursos de Ciència dels materials es defineixen l'esforç i la deformació convencionals com:

$$\sigma \equiv \frac{F}{A_0} \quad i \quad \varepsilon \equiv \frac{\Delta L}{L_0} \quad (22)$$

Figura 3.1. Assaig de tracció. Increment de longitud, ΔL , d'un element de secció inicial A_0 i longitud inicial L_0 en aplicar uniaxialment una força F .

on A_0 i L_0 són la secció i longitud inicials de la proveta (normalment cilíndrica), F és la càrrega aplicada i ΔL , l'increment de longitud. Com que la deformació així definida és per "unitat de longitud", també s'anomena *deformació unitària*. Com que l'esforç és la càrrega que suporta el material per unitat d'àrea, seria millor dividir F per l'àrea actual A i no pas per A_0 . Així és com es defineix l'esforç real:

$$\sigma_r \equiv \frac{F}{A} \quad (\text{esforç real}) \quad (23)$$

Pel que fa a la deformació real, es defineix com:

$$\varepsilon_r \equiv \ln \frac{L}{L_0} \quad (\text{deformació real}) \quad (24)$$

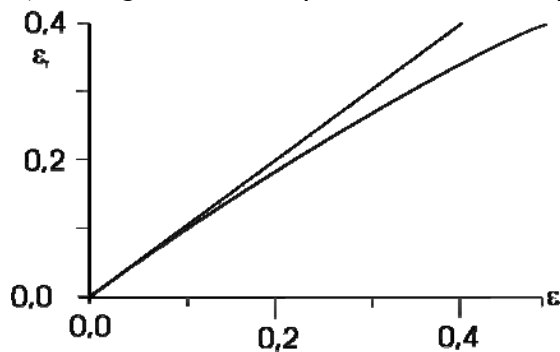
Tot i que pugui semblar estranya, vegem amb un exemple com aquesta darrera definició dona valors més raonables que no pas la definició convencional. Deformem per tracció i per compressió dues provetes de longitud inicial L_0 fins a una deformació equivalent. Si, per tracció, estirem la proveta fins a $L = 2L_0$, per compressió, la deformació equivalent consistirà a disminuir la longitud a la meitat: $L = L_0/2$. Calculem en ambdós casos quant valen les deformacions convencional i real:

L	ΔL	ε	ε_r
$2L_0$	$+L_0$	1	$\ln(2)$
$L_0/2$	$-L_0/2$	-1/2	$\ln(1/2) = -\ln(2)$

Fixem-nos que ε_r ens dóna el mateix valor tant per compressió com per tracció. Simplement ha canviat de signe, tal com ha de ser. Al contrari, els valors de la deformació convencional són diferents.

Exemple 1. Ara veurem que, quan les deformacions són petites, $\varepsilon_r \approx \varepsilon$. Ho podem comprovar de diferents maneres: a) representarem gràficament ε_r en funció de ε i determinarem a partir de quin punt la desviació relativa sobrepassa el 10%; b) a partir del desenvolupament de Taylor de la funció $\text{Ln}(1+\varepsilon)$ quan ε és petit.

a) En el gràfic veiem que, efectivament, per a valors petits, $\varepsilon_r \approx \varepsilon$.



La desviació és del 10% quan: $\frac{\varepsilon - \text{Ln}(1+\varepsilon)}{\varepsilon} = 0,1$. Resolent numèricament l'equació, obtenim: $\varepsilon = 0,23$.

b) Desenvolupem per Taylor la funció

$$\varepsilon_r(\varepsilon) = \text{Ln}(1+\varepsilon) \approx \varepsilon_r(0) + \varepsilon_r'(0) \cdot \varepsilon = 0 + \left. \frac{1}{1+\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} \cdot \varepsilon = \varepsilon$$

3.1.1.a. Relació entre els valors reals i els convencionals

Vegem primer la relació entre les deformacions:

$$\varepsilon_r = \text{Ln} \frac{L_0 + \Delta L}{L_0} = \text{Ln}(1 + \varepsilon) \tag{25}$$

Pel que fa a l'esforç, haurem de tenir en compte que, durant la deformació plàstica, el volum es conserva:

$$V_0 = A_0 \cdot L_0 = A \cdot L = V \quad (\text{conservació del volum}) \tag{26}$$

d'on resulta que:

$$\frac{A_0}{A} = \frac{L}{L_0} = \frac{L_0 + \Delta L}{L_0} = 1 + \varepsilon \quad (27)$$

Simplement, ara aplicarem aquesta relació a la definició de σ_r :

$$\sigma_r \equiv \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{A_0}{A} = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (28)$$

Com a exercici, podeu demostrar les relacions inverses:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= e^{\varepsilon_r} - 1 \\ \sigma &= \sigma_r \cdot e^{-\varepsilon_r} \end{aligned} \quad (29)$$

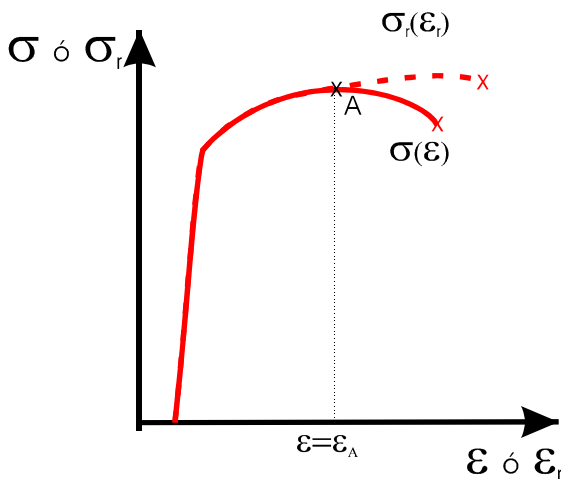


Figura 3.2. Comparació entre les corbes esforç-deformació convencional, $\sigma(\varepsilon)$, i real, $\sigma_r(\varepsilon_r)$. En el punt A s'inicia l'aprimament local de la proveta, o estricció.

Tot i que les fórmules anteriors són matemàticament exactes, resulta que la conversió dels valors convencionals (obtinguts amb l'assaig de tracció) als valors reals no té sentit a partir del màxim de la corba (punt A). La raó és que, a partir d'aquest punt, la proveta s'aprima localment i, per tant, la deformació ja no és uniforme. Per tant, els valors calculats de ε i ε_r ja no tenen sentit.

En la Figura 3.3 indiquem, esquemàticament, com evoluciona la geometria de la proveta durant un assaig de tracció.

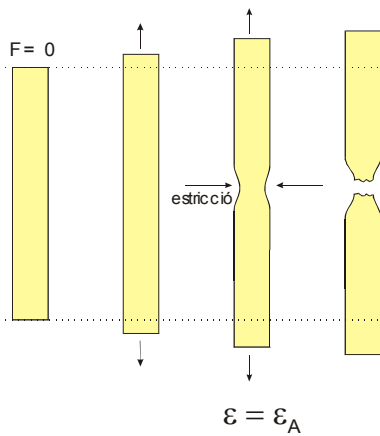


Figura 3.3. Estricció en un assaig de tracció

3.1.1.b. Estricció a l'assaig de tracció

Experimentalment s'observa que sempre comença a aparèixer l'estricció quan la corba $\sigma(\epsilon)$ passa pel seu valor màxim. Vegem com aquest fenomen està relacionat amb l'enduriment per deformació.

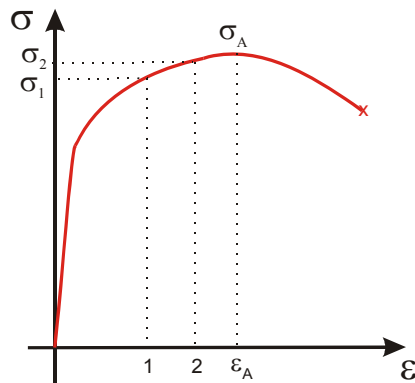


Figura 3.4. Corba esforç-deformació convencional

Per això, distingirem dues situacions:

- a) abans del màxim
- b) després del màxim

a) Deformació de la proveta quan encara $\sigma < \sigma_A$

La corba $\sigma(\epsilon)$ ens diu que, a mesura que deformem la proveta, cada cop costa més continuar-la deformant. Aquest fet assegura que la proveta no s'aprimarà localment. En efecte, suposem que accidentalment s'aprima al punt 2. Com que aquest punt està més deformat, resultarà que:

$$\sigma_2 > \sigma_1 \text{ (esforç convencional) i, per tant, } F_2 > F_1.$$

És a dir, que el punt 2 s'ha endurit i requereix una càrrega superior per continuar deformant-se que no pas a la resta de la proveta (punt 1). Les seccions, doncs, s'igualaran i no apareixerà l'estricció.

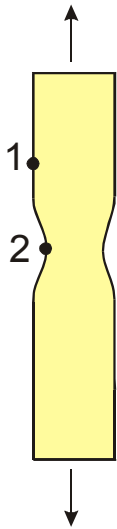


Figura 3.5. Gràcies a l'enduriment per deformació, una petita irregularitat a la superfície de la proveta com la del punt 2 no progressa.

b) Deformació de la proveta quan $\sigma > \sigma_A$

En aquest cas, un punt localment més deformat tendirà a deformar-se encara més, ja que ara la corba convencional presenta un pendent negatiu:

$$F_2 < F_1$$

I apareixerà l'esticció.

D'aquests dos casos, deduïm que l'esticció apareix quan la derivada $d\sigma/d\varepsilon$ canvia de signe. És a dir, quan:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0 \quad (\text{aparició de l'esticció}) \quad (30)$$

3.1.2. Assaig de compressió

Amb l'assaig de tracció, les relacions $\sigma(\varepsilon)$ o $\sigma_r(\varepsilon_r)$ només són vàlides fins a l'esticció. Tanmateix, en els processos de conformació industrials, el metall sol suportar deformacions molt superiors. Per tant, s'ha de buscar algun assaig que permeti mesurar la corba $\sigma_r(\varepsilon_r)$ per a deformacions grans.

Podem obtenir la corba correcta amb l'assaig de compressió. En aquest assaig no apareix mai l'esticció ja que la secció s'incrementa monòtonament. Un altre assaig que dóna resultats equivalents és l'assaig de torsió.

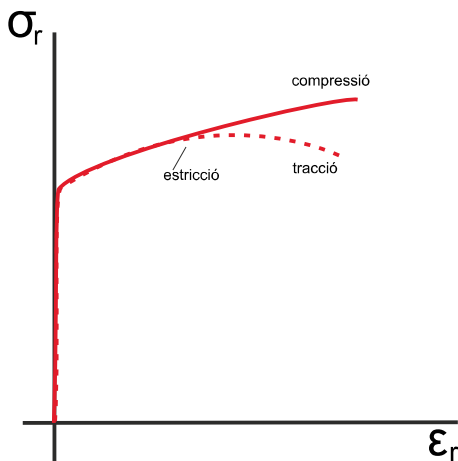


Figura 3.6. Comparació entre les corbes esforç-deformació reals obtingudes en un assaig de tracció i de compressió

3.1.3. Enduriment per deformació

Els experiments demostren que l'esforç real sempre creix. Aquest fenomen s'anomena *enduriment per deformació*. Per a molts metalls, es compleix una relació senzilla entre l'esforç i la deformació que es pot expressar com:

$$\sigma_r = k\varepsilon_r^n \quad (31)$$

on n és el coeficient d'enduriment, $0 < n < 1$. Com més gran és n , més ràpidament s'endureix el metall. Ara demostrarem que si es compleix la llei (31) l'esticció apareix quan:

$$\varepsilon_r = n \quad (\text{aparició de l'esticció}) \quad (32)$$

Sabem que l'esticció apareix quan $d\sigma/d\varepsilon = 0$. Calculem aquesta derivada en funció dels valors reals, aplicant la regla de la cadena i les relacions (25) i (28):

$$\frac{d\sigma_r}{d\varepsilon_r} = \frac{d[\sigma(1 + \varepsilon)]}{d\varepsilon} \cdot \left(\frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon}\right)^{-1} = \left[\frac{d\sigma}{d\varepsilon}(1 + \varepsilon) + \sigma\right](1 + \varepsilon) = \sigma(1 + \varepsilon) = \sigma_r \quad (33)$$

El darrer terme serà nul si ho és l'expressió entre parèntesis. D'aquí resulta que:

$$\frac{d\sigma_r}{d\varepsilon_r} = \sigma_r \quad (34)$$

Aquesta és la condició general de l'esticció en funció dels paràmetres reals.

Si ara introduïm la llei de l'enduriment, eq. (31), obtindrem l'expressió desitjada:

$$(\varepsilon_r = n).$$

És a dir, que l'esticció apareix més tard en els metalls que s'endureixen més per deformació, la qual cosa confirma el que ja havíem dit: que l'enduriment per deformació estabilitza la deformació respecte de l'esticció.

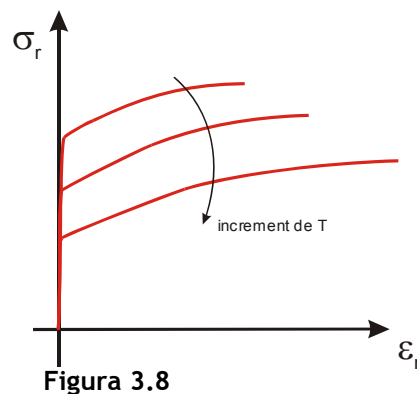
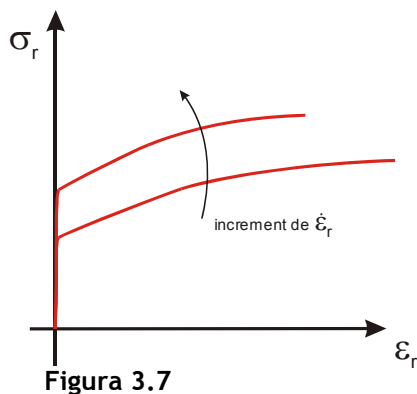
Exemple 2. El coeficient d'enduriment val 0,26 i 0,54 per a un acer al carboni i per al coure pur, respectivament. Calculem per a quin valor de la deformació unitària apareix l'estricció.

L'estricció es produirà quan $\epsilon = e^{\epsilon_r} - 1 \Big|_{\epsilon_r = n}$ i dóna $\epsilon = 72\%$ per al coure i 29% per a l'acer.

Aquest resultat és coherent amb el fet que el coure és molt més dúctil que qualsevol acer.

3.1.4. Dependència de la corba $\sigma_r(\epsilon_r)$ amb la temperatura i la velocitat de deformació

Com a regla general, podem dir que, quan la temperatura s'incrementa, l'esforç necessari per assolir una mateixa deformació disminueix. En canvi, l'esforç s'incrementa quan la deformació és més ràpida. Il·lustrem aquestes dependències esquemàticament en les figures següents.



La velocitat de deformació es defineix com:

$$\dot{\epsilon}_r \equiv \frac{d\epsilon_r}{dt} \tag{35}$$

La dependència amb $\dot{\epsilon}_r$ és accentuada quan la temperatura és elevada, mentre que a temperatura ambient és pràcticament inapreciable per a la majoria de metalls.

Exemple 3. En la gràfica adjunta es representa com varia en un metall l'esforç de fluència σ_f amb la velocitat de deformació per a dues temperatures.

Extraguem el valor de σ_f per als valors extrems de $\dot{\epsilon}_H = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ i $\dot{\epsilon}_H = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ i calculem el quocient $\sigma_{f2} / \sigma_{f1}$ a cada temperatura.

De la gràfica obtenim els resultats detallats en la taula.

	σ_{f1} (MPa)	σ_{f2} (MPa)	$\sigma_{f2} / \sigma_{f1}$
100°C	5,2	17,4	3,3
700°C	0,60	4,4	7,3

