CAMP ELÈCTRIC

Índex

P.1. Càlcul del camp elèctric en un punt

Definicions

T.1.1. ***Electrostàtica***. És la part de l'electricitat que estudia els fenòmens elèctrics produïts per les càrregues elèctriques en *repòs*.

T.1.2. ***Càrrega elèctrica***. Correspon al defecte o excés d'electrons que té un cos. Si té un excés d'electrons s'anomena càrrega negativa, i si és al contrari, positiva.

T.1.3. ***Substàncies electritzades***. Són substàncies que en ser friccionades adquireixen un estat especial que es manifesta en adquirir una atracció o repulsió d'altres. El comportament d'un grup de substàncies en ser friccionades és diferent del d'un altre. Per això es pensa que hi ha dos tipus d'electricitat: l'electricitat vítria o positiva, que és la que s'obté en friccionar el vidre, i correspon a la positiva; i l'electricitat resinosa o negativa, que és la que s'obté en friccionar una resina, i és negativa.

T.1.4. ***Llei de Coulomb***. La força amb què s'atrauen o es repel·leixen dues càrregues elèctriques *puntuals i en repòs* és directament proporcional al producte de les càrregues i inversament proporcional al quadrat de la distància que les separa.

$$\vec{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{u} \qquad (1)$$

T.1.5. ***Concepte de camp***. Anomenem camp la pertorbació real o fictícia de l'espai determinada per l'assignació a cada punt del valor d'una magnitud.

T.1.6. ***Intensitat d'un camp elèctric en un punt***. És la força que el camp efectua sobre la unitat de càrrega *col·locada* en aquest punt.

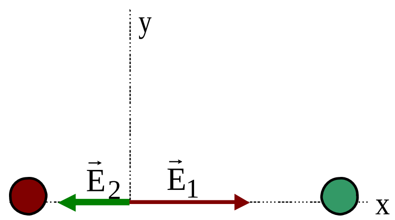
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \qquad (2)$$

T.1.7. ***Principi de la superposició***. La intensitat en un punt del camp elèctric originat per diverses càrregues, la trobarem *sumant sectorialment* les intensitats parcials degudes a cada una de les càrregues.

$$\vec{E}_{Total} = \sum \vec{E}_i \qquad (3)$$

Exercicis

E.1.1. Dues càrregues puntuals Q_1= +1μC i Q_2= +3μC estan situades en el buit a 50 cm l'una de l'altra. Calculeu el camp elèctric en el punt P situat sobre el segment que uneix les dues càrregues i a 10 cm de Q_1.



Solució

Per calcular el camp total en el punt P(0,0), primer és necessari dibuixar els vectors camp elèctric originat per cada una de les càrregues, tot considerant el conveni de signes *el camp originat per una càrrega puntual positiva en un punt s'allunya de la càrrega; si és negativa, s'acosta*.

Expressem cada vector camp elèctric en funció del mòdul i del seu vector unitari, $\vec{E} = E\,\vec{u}$. En el nostre cas, $\vec{E}_2 = E_2(-\vec{i})$; $\vec{E}_1 = E_1(+\vec{i})$

Calculem el camp elèctric creat per Q_1 a P:

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u} = 9\times10^9\,\frac{1\times10^{-6}}{0{,}1^2}(\vec{i})\,\frac{N}{C}$$

Fem el mateix per calcular el camp elèctric creat per Q_2 a P:

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u} = 9\times10^9\,\frac{3\times10^{-6}}{0{,}4^2}(-\vec{i})\,\frac{N}{C}$$

Seguidament, apliquem el principi de superposició per calcular el vector camp $\vec{E}_T = \sum \vec{E}_i$

El camp elèctric resultant a P és:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 9\times10^5(+\vec{i}) + 1{,}7\times10^5(-\vec{i}) = 7{,}3\times10^5(+\vec{i})\frac{N}{C}$$

De mòdul i direcció: E=7,3 10^5 N/C i angle respecte a l'eix *x* nul.

El vector resultant podem deixar-lo expressat en forma de vector amb dues components, o bé donar-ne el mòdul i la direcció.

Així, podem escriure el vector resultant de la manera següent:

$$\boxed{\vec{E}_P = (7{,}3\ ,\ 0)10^5\ \mathrm{N/C}}$$

O bé:
El vector intensitat de camp elèctric resultant en el punt P(0,0) és un vector de mòdul $7{,}3\ 10^5\ \mathrm{N/C}$ que forma un angle de 0° respecte a l'eix horitzontal de les *x*.

(Observeu que posem el signe positiu a la component *x* del vector, perquè escollim la direcció esquerra de l'eix *x* com a negativa.)

Tornem-hi…

P.1.1. Dues càrregues puntuals Q_1= +0,01μC i Q_2= - 0,02μC estan situades en els punts (0,0) i (2,0) m. Determineu la intensitat del camp elèctric en el punt P(1,0). Sol.: $\vec{E} = (270{,}0)$ N/C.

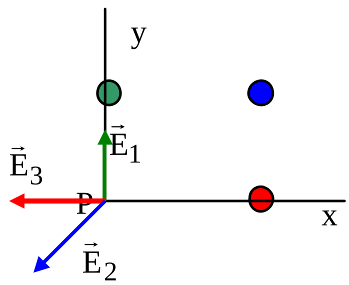
P.1.2. Dues càrregues puntuals Q_1= +0,01μC i Q_2= - 0,02μC estan situades en els punts (0,0) i (2,0) m. Determineu la intensitat del camp elèctric en el punt B(0,1). Sol.: $\vec{E} = (32'2{,}73'9)$ N/C.

P.1.3. La distància que separa dues càrregues puntuals Q_1= +0,1μC i Q_2= - 0,3μC és d=1 m. Determineu el punt sobre la recta que les uneix on la intensitat de camp elèctric s'anul·la. Sol.: A(36'6,0) cm

P.1.4. Dues càrregues puntuals Q_1= +0,01μC i Q_2= - 0,02μC estan situades en els punts (0,0) i (2,0) m. Determineu en quin punt de la recta que les uneix la intensitat del camp elèctric és nul·la. Sol.: B(-4'8,0) m

P.1.5. Les càrregues puntuals Q_1= - 7,2μC; Q_2= - 40μC i Q_3= +6,4μC es troben en els punts (0,6), (8,6) i (8,0) respectivament. Calculeu $\vec{E}_T$ en el punt (0,0) i la força que actua sobre una Q_4=-1μC situada en aquest punt. Sol.:

E.1.2. Les càrregues puntuals Q_1= - 7,2μC; Q_2= - 40μC i Q_3= +6,4μC es troben en els punts (0,6), (8,6) i (8,0), respectivament. Calculeu $\vec{E}_T$ en el punt P(0,0) i la força que actua sobre una Q_4=-1μC que se situa en aquest punt.



Solució

a) Per calcular el camp total en el punt P(0,0), primer és necessari dibuixar els vectors camp elèctric originat per cada una de les càrregues, tot considerant el conveni de signes.

Expressem cada vector camp elèctric en funció del mòdul i del seu vector unitari, $\vec{E} = E\,\vec{u}$ d'acord amb la seva representació gràfica. En el nostre cas,
$\vec{E}_2 = E_2(\vec{u}_2); \vec{E}_1 = E_1(+\vec{j}); \vec{E}_3 = E_3(-\vec{i})$

La determinació dels vectors unitaris $\vec{u}_1$ i $\vec{u}_3$ és immediata a partir del dibuix dels vectors corresponents. En canvi, la determinació del vector unitari $\vec{u}_2$ requereix el seu càlcul, on $\vec{r}_2 = (8,6)$ m; de mòdul r_2= 10 m i per tant : $\vec{u}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \left(\frac{8}{10}, \frac{6}{10}\right)$

Calculem el camp elèctric creat per Q_1 a P:

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u} = 9\times10^9\,\frac{7{,}2\times10^{-6}}{6^2}(\vec{j})\,\frac{N}{C}$$

Ara calculem el camp elèctric creat per Q_2 i Q_3 a P:

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u} = 9\times10^9\,\frac{40\times10^{-6}}{10^2}(0{,}8\vec{i} + 0{,}6\vec{j})\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_3}{r_3^2}\vec{u} = 9\times10^9\,\frac{6{,}4\times10^{-6}}{8^2}(-\vec{i})\,\frac{N}{C}$$

Seguidament, apliquem el principi de superposició per calcular el vector camp $\vec{E}_T = \sum \vec{E}_i$

El camp elèctric resultant a P(0,0) és:
$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 1'98\times10^3(\vec{i}) + 3{,}96\times10^3(\vec{j})\frac{N}{C}$

El seu mòdul és E=............................ N/C

El vector resultant podem deixar-lo expressat en forma de vector amb dues components, o bé donar-ne el mòdul i la direcció:

Així, podem escriure el vector resultant de la manera següent:

$\vec{E}_P$ = (…… , …….)10$^{\cdots}$ N/C

O bé:

Mòdul: $R = \sqrt{R_x + R_y} = \sqrt{\left(......^2 + ...^2\right)} =$ ……….. N/C

Direcció: $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{R_y}{R_x} = \dfrac{..........}{..........}$; $\text{tg}\ \alpha =$ **……**

El vector intensitat de camp elèctric resultant en el punt P(0,0) és un vector de mòdul ....N/C que forma un angle de .... respecte a l’eix horitzontal de les *x* positives.

b) Per calcular la força apliquem l’expressió que relaciona el vector intensitat de camp elèctric amb el vector força: $\vec{F} = \pm q\vec{E}$

$$\vec{F} = Q\vec{E} = -1\times10^{-6}\cdot(1980,3960) = (-1'98\times10^{-3},-3'96\times10^{-3})\ \text{N}$$

Així, podem escriure el vector resultant de la manera següent:

$$\boxed{\vec{F}_P = (\ldots\ldots , \ldots\ldots\ldots)10^{\cdots}\ \text{N/C}}$$

O bé:

Mòdul: $R = \sqrt{R_x + R_y} = \sqrt{\left(......^2 + ...^2\right)} =$ ……….. N/C

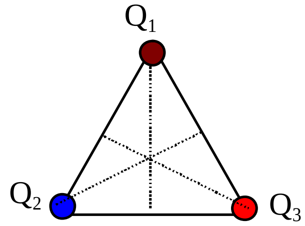
Direcció: $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{R_y}{R_x} = \dfrac{..........}{..........}$; $\text{tg}\ \alpha =$ ……

El vector força que actua sobre la càrrega Q_4 situada en el punt P(0,0) és un vector de mòdul ....N que forma un angle de .... respecte a l’eix horitzontal de les *x*. positives

Tornem-hi...

P.1.6. Una càrrega d’1 nC està situada a l’origen de coordenades, una segona càrrega de valor desconegut està situada en el punt (5,0) m i una tercera càrrega de 0,5 nC està situada en el punt (10,0) m. Determineu el valor de la càrrega desconeguda si en el punt (12,0) la intensitat del camp elèctric originat per les càrregues és de 50 N/C. Sol.: 0,27 μC.

P.1.7. Si la longitud del catet d’un triangle equilàter és de 2 m i Q_1= - 20μC; Q_2= 10μC i Q_3= -10μC, calculeu la intensitat de camp elèctric en el centre del triangle. Sol.: $\vec{E} = (1'17,1'35)\times10^5$ N/C.



P.2. Càlcul del potencial elèctric en un punt

Definicions

T.2.1. ***Potencial elèctric***. El potencial elèctric en un punt és el treball necessari per portar la unitat de càrrega positiva des de l'infinit fins a aquest punt.

$$V = \frac{W}{Q}; \quad \text{unitats}\left(\frac{J}{C}\right) \qquad (4)$$

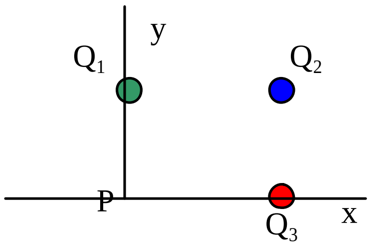
T.2.2. ***Treball elèctric***. La diferència de potencial entre dos punts d'un camp elèctric mesura el treball necessari per transportar la unitat de càrrega des del punt d'inferior potencial fins al punt de major potencial.

$$W_A^B = \pm Q(V_A - V_B) \qquad (5)$$

T.2.3. ***Superfícies equipotencials***. Correspon a una representació gràfica que recull tots els punts en què el valor numèric del potencial és el mateix.

Exercicis

E.2.1. Les càrregues puntuals Q_1= - 7,2μC; Q_2= -40μC i Q_3= +6,4μC es troben en els punts (0,6), (8,6) i (8,0), respectivament. Calculeu el treball que fa el camp elèctric en desplaçar la càrrega Q_2 fins al punt P (0,0).



Solució

Per calcular el potencial total en el punt P(0,0), primer s'han de dibuixar les càrregues en les seves posicions corresponents i indicar si són positives o negatives. Recordeu que *el potencial originat per una càrrega positiva és positiu i el d'una càrrega negativa és negatiu.*

Calculem del potencial originat per les càrregues Q_1 i Q_3 en els punts A(8,6) i B(0,0):

$$V_A = V_{A1} + V_{A3} = \frac{KQ_1}{r_{A1}} + \frac{KQ_3}{r_{A3}} =$$

$$9 \cdot 10^9 \frac{\left(-7'2 \cdot 10^{-6}\right)}{8} + 9 \cdot 10^9 \frac{\left(6'4 \cdot 10^{-6}\right)}{6} = 1500 \text{ J/C}$$

$$V_B = V_{B1} + V_{B3} = \frac{KQ_1}{r_{B1}} + \frac{KQ_3}{r_{B3}} =$$

$$9 \cdot 10^9 \frac{\left(-7'2 \cdot 10^{-6}\right)}{6} + 9 \cdot 10^9 \frac{\left(6'4 \cdot 10^{-6}\right)}{8} = -3600 \text{ J/C}$$

Fixeu-vos que s'ha aplicat el principi de superposició per calcular el potencial total en un punt. $V = \sum V_i$

Per calcular el treball que fa *el camp* per traslladar la càrrega Q_2 des d'A fins a B correspon a:

$$W_A^B = \pm Q_2\left(V_A - V_B\right) = -40\cdot 10^{-6}\left(1500 - \left(-3600\right)\right) = -0'204\ \mathrm{J}$$

Observeu que posem el signe de la càrrega que es desplaça. És important que recordeu que *el potencial és una magnitud escalar* i, per tant, queda definit indicant el valor numèric i les unitats.

$$\boxed{-0{,}204\ \mathrm{J}}$$

Tornem-hi…

P.2.1. Una càrrega puntual Q_1= 36 μC es troba en el punt (0,0) cm d'un sistema de coordenades cartesianes, i una altra càrrega Q_2= - 36μC, també puntual, es troba en el punt (8,0) cm. Quin treball fa el camp elèctric si es trasllada una càrrega elèctrica Q_3= 4μC des del punt A(0,6) cm fins al punt B(4,0)? Sol.: $W_A^B = -4{,}32\,\mathrm{J}$.

P.2.2. En cada un dels vèrtexs d'un triangle equilàter de 10 cm de catet hi ha una càrrega d'1 nC. Determineu la intensitat de camp elèctric i el potencial en el centre del triangle. Sol.: $\vec{E} = \vec{0}$ N/C; 465 V.

P.2.3. Una càrrega puntual origina en un punt, a una distància *r*, una intensitat de camp de 12 N/C i un potencial de 180 J/C. Calculeu el valor de la càrrega i la distància *r*. Sol.: 0,3μC i 15 m.

P.2.4. En el punt M(0,4,0) hi ha una càrrega puntual Q_1= 5 nC, i en el punt N(2,3,0) una altra càrrega Q_2= -10nC. Determineu: (*a*) la força que actuaria sobre una càrrega puntual Q_3= -2μC que se situa en el punt A(0,03); (*b*) el treball que fa el camp elèctric, originat per Q_2, en desplaçar la càrrega Q_1 fins al punt O(0,0,0). Sol.: $\left(-3'52,-8'12,3'08\right)\cdot 10^{-6}$ N; $6'3\cdot 10^{-8}$ J.

P.2.5. Representeu el camp elèctric originat per una càrrega puntual i positiva mitjançant les línies de camp i les superfícies equipotencials.

P.2.6. Donat un anell de radi R que està carregat amb una càrrega Q, distribuïda uniformement, cerqueu en la bibliografia l'expressió de la intensitat del camp elèctric i el potencial originat per l'anell en un punt A(0,0,Z) situat en la recta perpendicular al pla de l'anell i que passa pel seu centre, i indiqueu quin és el significat de cada un dels paràmetres que hi intervenen. Sol.:

$$\vec{E} = K\frac{QZ}{\left(Z^2+R^2\right)^{3/2}}(0,01)\ \mathrm{N/C};\ V = K\frac{Q}{\left(Z^2+R^2\right)^{1/2}}\ \mathrm{J/C}$$

P.3. Problemes bàsics d'estàtica de forces a l'interior de camps elèctrics uniformes

Definicions

T.3.1. ***Camp elèctric uniforme***. Correspon a un camp en què el vector intensitat de camp és independent de la distància a la seva causa. Una placa o bé dues plaques carregades uniformement, per exemple, generen un camp elèctric d'aquest estil.

T.3.2. ***Potencial a l'interior d'un camp elèctric uniforme***. El treball per unitat de càrrega efectuat per un camp elèctric uniforme $\vec{E}$ entre dos punts A i B correspon a:

$$V_A - V_B = E(X_B - X_A) = E \cdot d \qquad (6)$$

Exercicis

E.3.1. Tenim dues plaques idèntiques carregades però amb una càrrega de signe contrari. Les dues plaques estan separades per una distància de 20 cm i la diferència de potencial entre elles és de $V_+ - V_- = E \cdot d = 5000\,V$. Si entre les dues plaques es col·loca un pèndol elèctric l'esfera del qual té un radi d'1mm i una densitat de 5 g/cm^3, determineu l'angle que forma el pèndol amb la vertical si la càrrega de l'esfera és de $Q = 2'22 \cdot 10^{-10}\,C$

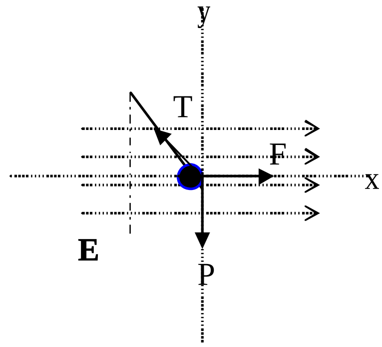
Solució

Per poder apreciar quines són les forces que actuen sobre la boleta, primer farem el dibuix. Hem de considerar que hi ha una força de contacte que és la tensió dirigida en la direcció de la corda i dues forces a distància que són la del camp elèctric, $\vec{F}$, i la del camp gravitatori, $\vec{P}$. Per poder donar una direcció i un sentit a la força elèctrica és necessari dibuixar les línies de camp uniforme situades entre les plaques (de placa positiva a placa negativa) i considerar l'expressió: $\vec{F} = \pm Q\vec{E}$

Seguidament, triarem el sistema d'eixos i calcularem els components dels vectors força. Seguidament, aplicarem la primera llei de Newton o principi de la inèrcia, atès que es pretén que la boleta estigui en equilibri sota l'acció d'aquestes tres forces.

Fem els càlculs corresponents:

$$\vec{T} = \left(-T_x, T_y\right)$$
$$\vec{P} = (0, -P)$$
$$\vec{F} = (QE, 0)$$
$$\vec{T} + \vec{P} + \vec{F} = (0,0)$$



L'equació vectorial es pot treballar emprant les components de les forces sobre els eixos: $QE - T\sin\phi = 0;$ $T\cos\phi - mg = 0$. Si dividim una equació per l'altra ens queda: $\mathrm{tag}\phi = \dfrac{QE}{mg}$, i si ho substituïm per les dades del problema i calculem la massa de la bola emprant la densitat ens queda que $\phi = 1{,}5^\circ$

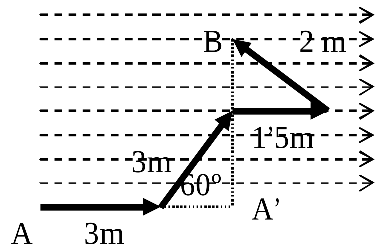
$\boxed{\phi = 1{,}5^\circ}$

Tornem-hi…

P.3.1. Una boleta metàl·lica petita carregada penja d'un fil aïllat en una zona en què hi ha un camp elèctric uniforme de 2 10^5 N/C. Determineu la càrrega de la boleta si la seva massa és de 10 g i forma un angle amb la vertical de 15º. Sol.: 0,13µC.

P.3.2. Determineu el camp elèctric necessari per equilibrar el pes d'un electró i d'una gota d'oli de 10^{-13} kg amb una càrrega de 10 electrons. Sol.: 5,6 10^{-11} C i 6,1 10^5 N/C.

P.3.3. Calculeu el treball necessari per portar una càrrega de 5µC del punt A al punt B de la figura si la intensitat de camp és de 6000 N/C. Sol.: 0,135.



P.4. Problemes bàsics de moviment de càrregues puntuals a l'interior de camps elèctrics uniformes

Exercicis

E.4.1. Es connecten dues làmines planes a una diferència de potencial de 10^6 V. A continuació es deixa en llibertat, just sobre la làmina positiva, una partícula de 0,1 mg de massa i 10 nC. Es demana la velocitat amb què arribarà a la placa negativa considerant que l'acció del pes és negligible respecte a la força del camp elèctric.

Solució

Per poder saber quin tipus de moviment efectua la càrrega a l'interior del camp elèctric uniforme és necessari fer el dibuix situant els vectors força que actuen sobre la bola carregada. Això representa que per saber l' $\vec{F}$ deguda al camp elèctric hem de dibuixar, també les línies de camp. El vector força elèctrica $\vec{F} = \pm Q\vec{E}$

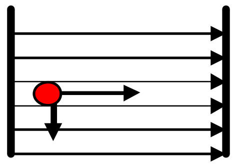
Seguidament, hem de triar els eixos i descompondre els vectors, i aplicar la segona llei de Newton.

$\vec{P} + \vec{F} \approx (QE,0) = (ma,-g)$

Es considera el pes negligible comparat amb la força deguda al camp elèctric.

L'equació vectorial es pot treballar mitjançant escalars i queda:

$$QE = ma;$$
$$\text{aïllant l'acceleració}:$$
$$a = \frac{QE}{m}$$



Com que correspon a un moviment rectilini uniformement accelerat, podem escriure:

$v^2 = v_o^2 + 2as \Rightarrow v^2 = 0_o^2 + 2\frac{QE}{m}d$.

$v = 14{,}14 m/s$

Hi ha un altre procediment per resoldre el problema. Farem el dibuix situant els vectors força que actuen sobre la bola carregada i dibuixarem les línies de camp uniforme situades entre les plaques. Ens permetrà dibuixar el vector força elèctrica $\vec{F} = \pm Q\vec{E}$

Observarem si la força resultant en la direcció del moviment és *conservativa.*

Aplicarem el concepte energètic més adient. En aquest cas el *principi de conservació de l'energia mecànica*:

$E_{p.el.o} + E_{co} = E_{p.el.f} + E_{cf}$

$Q(V_0 - V_F) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 14{,}14\ m/s$

$\boxed{14{,}14\ m/s}$

Tornem-hi…

P.4.1. Es connecten dues làmines planes a una diferència de potencial de 10^6 V. A continuació es deixa en llibertat, just sobre la làmina positiva, una partícula de 0,2 mg de massa i 20 nC. Es demana: (*a*) la velocitat amb què arribarà a la placa negativa considerant que l'acció del pes és negligible respecte a la força del camp elèctric; (*b*) l'energia cinètica amb què arriba a la làmina expressada en eV. Sol.: 14,14 m/s.

P.4.2. En un camp elèctric uniforme E = 60000 N/C originat per dues plaques carregades i separades per una distància de 2,5 cm, es demana: (*a*) l'acceleració a què es troba sotmès un electró en aquest camp; (*b*) si l'electró parteix del repòs i d'una de les plaques, la velocitat amb què arriba a l'altra placa; (*c*) el temps que trigarà l'electró a creuar l'espai que separa ambdues plaques. Sol.: 1'05 10^{16} m/s^2; 2'23 10^7 m/s, 2'24 10^{-9} s.

P.4.3. Un electró entra a l'interior d'un camp elèctric uniforme perpendicularment a les línies de camp amb una velocitat de 10000 m/s. La intensitat de camp és de 100000 N/C. Determineu l'equació de la trajectòria de l'electró. Sol.: $y = y_0 + 8'79 \cdot 10^7 x^2$.

P.5 Conductors en equilibri electrostàtic, aplicacions a conductors de simetria esfèrica

Definicions

T.5.1. ***Conductors en equilibri electrostàtic***. Es diu que un conductor es troba en equilibri electrostàtic quan tot ell es comporta com una gran superfície equipotencial i el camp elèctric en el seu interior és nul.

T.5.2. ***Capacitat d'un conductor***. Hi ha una proporcionalitat directa entre el potencial a què es connecta un conductor i la càrrega que assoleix aquest. La constant de proporcionalitat s'anomena capacitat.

$$Q = CV \qquad (7)$$

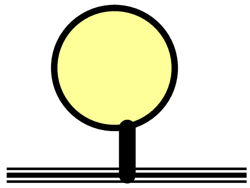
T.5.3. ***Capacitat d'una esfera conductora***. La capacitat d'una esfera conductora és directament proporcional al seu radi: $C = 4\pi\varepsilon_a R$.

T.5.4. ***Energia electrostàtica***. L'energia electrostàtica emmagatzemada per un conductor en equilibri electrostàtic es pot determinar amb l'expressió:

$$E = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} \qquad (8)$$

Exercicis

E.5.1. Una esfera conductora de 8 cm de radi té una càrrega elèctrica de 0,3 µC . Calculeu: (*a*) el potencial en un punt de la seva superfície; (*b*) l'energia elèctrica emmagatzemada a l'esfera:



Solució

Per calcular el potencial en un punt de la seva superfície hem de comprovar, en l'enunciat, si es tracta d'un conductor.

Comprovarem si el conductor té una forma geomètrica corresponent a una esfera, per poder aplicar el formulari corresponent a intensitat de camp, potencial i capacitat d'un *conductor de forma esfèrica en equilibri electrostàtic*.

Si analitzem la condició d'equilibri electrostàtic referent al potencial ens diu: "el potencial d'un conductor esfèric en qualsevol punt *de l'interior* és el mateix que en la seva superfície".

La distribució de càrrega esfèrica permet considerar-la com una càrrega puntual situada en el centre quan es calcula la magnitud intensitat de camp i potencial en un punt de la *superfície i de l'exterior* d'aquesta.

a) Per a un punt de la superfície

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 9\cdot 10^9 \, \frac{0'3\cdot 10^{-6}}{0'08} = 33750 \, \frac{J}{C}$$

b) Els mateixos conceptes teòrics de l'apartat anterior ens permeten determinar l'energia emmagatzemada en el conductor esfèric:

$$E = \frac{1}{2} QV = 0'3\cdot 10^{-6} \circ 33750 = 5'6\cdot 10^{-3}\,J$$

$$\boxed{33750\ J/C;\ \ 0{,}0056\ J}$$

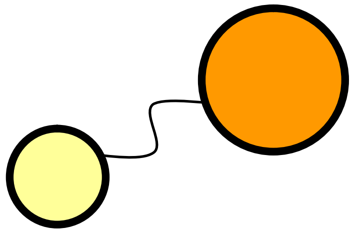
Tornem-hi…

P.5.1. Es carreguen dos conductors esfèrics A i B, de 10 cm de radi, amb càrregues Q_A=3 !0^{-8} C i Q_B=6 !0^{-8} C. Es demana el potencial que assoleix cada esfera (considereu que es negligeix la interacció entre els conductors). Sol.: V_A= 2700 V; V_B= - 5400 V.

P.5.2. Determineu la càrrega que assoleix una esfera conductora de 10 cm de radi que es connecta al pol positiu d'un generador que subministra una diferència de potencial de 900 V. Es considera que el pol negatiu del generador es connecta a terra. Sol.: 10 nC.

P.5.3. Una esfera conductora en equilibri electrostàtic té una càrrega superficial s coneguda, repartida homogèniament. El potencial originat per l'esfera a una distància **L** del seu centre és 1/10 del potencial en la seva superfície. Calculeu: (*a*) el seu radi; (*b*) la càrrega elèctrica de l'esfera; el potencial elèctric de l'esfera. Sol.: $R = \frac{L}{10}$; $Q = 0{,}04\pi\sigma L^2$; $V = \frac{\sigma L}{10\varepsilon_a}$

E.5.2. Una esfera metàl·lica aïllada, de 10 cm de radi, es carrega amb una tensió de 10000 V. A continuació s'uneix a una altra esfera descarregada i aïllada de 5 cm de radi. Es demana la càrrega de cada esfera i el potencial comú després de la connexió.



Solució

Per calcular el potencial en un punt de la seva superfície hem de comprovar, en l'enunciat, si es tracta de conductors. Per aplicar els conceptes de potencial i camp elèctric d'un conductor en equilibri electrostàtic s'ha de comprovar si els conductors tenen forma geomètrica corresponent a una esfera, per poder aplicar el formulari corresponent a intensitat de camp, potencial i capacitat d'un *conductor de forma esfèrica*.

El potencial d'un conductor esfèric en qualsevol punt de l'interior és el mateix que en la seva superfície. Es comporta com una superfície equipotencial; això ens permet calcular-ne la càrrega:

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R};10000 = 9\cdot10^9\frac{Q}{0'10} \Rightarrow Q = \frac{1000}{9}10^{-9}C$$

Quan la connectem a l'altra esfera hi ha un moviment de càrregues, fins que tots dos conductors arriben a un nou equilibri electrostàtic; és a dir, tot el conjunt es comporta com un únic conductor de potencial V'. Si apliquen el càlcul de potencial a aquesta nova situació:

$$V' = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

I com que el sistema està aïllat, la càrrega inicial Q està distribuïda de manera que es verifica: $Q = \frac{1000}{9}10^{-9} = Q_1 + Q_2$

Ens queda un sistema d'equacions que permet calcular Q_1 i Q_2.

La solució matemàtica d'aquest sistema indica que $Q_2 = \frac{1000}{27}10^{-9}C; Q_1 = \frac{2000}{27}10^{-9}C$

Substituint en l’equació de càlcul del potencial, ens queda:

$$V' = \frac{2}{27}10^5\ {}^{J}\!/_{C}$$

$$\boxed{Q_2 = \frac{1000}{27}10^{-9}C; Q_1 = \frac{2000}{27}10^{-9}C} \quad \boxed{V' = \frac{2}{27}10^5\ {}^{J}\!/_{C}}$$

Tornem-hi....

P.5.4. Una esfera metàl·lica aïllada de 10 cm de radi es carrega amb una tensió de 5000 V. A continuació s’uneix a una altra esfera descarregada i aïllada de 8 cm de radi. Es demana la càrrega de cada esfera i el potencial comú després de la connexió. Sol.: 2777V; Q=3 10^{-8} C i Q’= 2’47 10^{-8}C.

P.5.5. Dues esferes amb uns radis de 6 cm i 9 cm es carreguen amb 1µC cada una i s’uneixen amb un conductor de capacitat negligible. Es demana: (*a*) el potencial de cada esfera aïllada; (*b*) el potencial després de la unió; (*c*) la càrrega de cada esfera després de la unió. Sol.: (*a*) V=15 10^4V i V’=10 10^4V; (*b*) 12 10^4V; (*c*) Q=0’8µC i Q’=1,2µC.

P.6. Problemes d’aplicacions de càlcul amb condensadors

Definicions

T.6.1. ***Condensador***. És un aparell elèctric format per dos conductors, degudament aïllats, anomenats “armadures” (plaques), separats entre si per un aïllant anomenat dielèctric.

T.6.2. ***Capacitat d’un condensador***. És la relació entre la quantitat d’electricitat Q emmagatzemada en el condensador i la diferència de potencial V que hi ha entre les seves armadures:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV \qquad (9)$$

T.6.3. ***Expressió de càlcul de la capacitat d’un condensador de plaques paral·leles***:

$$C = \varepsilon_a \frac{S}{d} \qquad (11)$$

On e_a és la constant dielèctrica absoluta de l’aïllant; *S* la superfície de les plaques enfrontades entre si i *d* és la distància que separa les dues plaques.

T.6.4. ***Energia electrostàtica emmagatzemada per un condensador carregat***. L’energia electrostàtica emmagatzemada per un condensador carregat es pot determinar amb les expressions:

$$E = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} \qquad (12)$$

Exercicis

P.6.1. Un condensador pla té dues plaques de 30p cm^2 de superfície, i la distància entre aquestes plaques és de 4 mm. Té un dielèctric de constant relativa 6. Calculeu la capacitat, la càrrega i l'energia emmagatzemada del condensador si es connecta a 2000 V. Sol.: 0'125 nF; 0'25µC; 25000 J

P.6.2. Tenim un condensador aïllat de 4 pF i carregat amb $1x10^{-8}$ C. La distància entre les plaques és de 2 cm. Calculeu: (*a*) la diferència de potencial i la intensitat de camp elèctric entre les plaques; (*b*) si hi posem un dielèctric de constant relativa 5, el potencial assolit, i (*c*) l'energia electrostàtica en les dues situacions. Sol.: (*a*) 2500 V i 125000 N/C ; (*b*) 500 V; (*c*) 12,5µJ i 2'5µJ.

P.6.3. Un condensador aïllat de plaques paral·leles i amb dielèctric de constant relativa 4 té una capacitat de 12 nF i una diferència de potencial entre les plaques de 1000 V. Calculeu el treball necessari per treure-li el dielèctric. Sol.: 0'018 J.

P.6.4. Calculeu el treball que cal per separar les plaques d'un condensador de plaques paral·leles una distància tres vegades com la que hi ha inicialment. La capacitat inicial del condensador és de 5 nF i la seva càrrega és de 30µc. Sol.: 0,18 J.

P.6.5. Un condensador aïllat, de plaques paral·leles, té una capacitat de 6µF i una diferència de potencial de 500 V. Calculeu: (*a*) la càrrega i l'energia electrostàtica emmagatzemada; (*b*) si ara hi posem un dielèctric de constant relativa 3, la nova diferència de potencial entre plaques i l'energia emmagatzemada pel condensador amb la nova capacitat. Sol.: (*a*) 0'003 C; 0'75 J; (*b*) 500/3 V i 0,25 J.

P.6.6. Un condensador té una capacitat de 5 nF i es connecta a 800 V. (*a*) Calculeu la seva càrrega; (*b*) si sense desconnectar-lo hi posem un dielèctric de constant relativa 4, calculeu la càrrega que tindrà ara; (*c*) si el dielèctric l'hi posem havent desconnectat prèviament el condensador, calculeu la càrrega i el potencial en aquesta nova situació. Sol.: (*a*) 4µC; (*b*) 16µC; (*c*) 4µC i 200 J/C.

P.6.7. Entremig de les plaques d'un condensador pla de 6 pF hi ha un camp elèctric de 4000 N/C. La separació entre plaques és de 5 mm. Es demana la diferència de potencial entre plaques i la càrrega del condensador. Sol.: 200 V, $12\ 10^{-10}$ C.

P.6.8. Un estany circular de 1000 km^2 té al cim a una alçada de 500 m un núvol tempestuós també circular i de la mateixa àrea. L'estany, de 2 m de fondària, és ple d'aigua. Calculeu l'energia que absorbeix l'aigua si es produeix una descàrrega elèctrica núvol-aigua. El camp elèctric considerat constant entre el núvol i l'aigua és de 100 N/C. Sol.: 5307'84 cal.